UNIDAD DE APRENDIZAJE I

Saberes procedimentales	Saberes declarativos	
1. Explica el concepto de logaritmo de diferentes bases. 2. Utiliza correctamente el lenguaje algebraico, geométrico y trigonométrico. 3. Identifica la simbología propia de la geometría y la trigonometría. 4. Identifica correctamente las unidades para medir ángulos.	**A**	Concepto de logaritmo. Simbología para representar logaritmos. Logaritmos base diez y base e. Propiedades de los logaritmos. Conversión de logaritmos de diferente base.
	B	Definición de axioma, teorema, postulado y ley. Postulados de la recta. Simbología para representar, lados, ángulos, perímetros y áreas.
	C	Conceptos básicos de geometría euclidiana. Concepto de ángulo y su clasificación. Sistemas de medición angular y sus clasificaciones.
	D	Elementos de la circunferencia. Longitud de arco.

A Logaritmos

Concepto y Simbología para representar logaritmos

"El logaritmo de un número A, es el exponente C al que hay que elevar una base B para obtener el número A".

$$\log_B A = C$$

Un logaritmo significa que si elevamos la base B al exponente C, obtenemos el número A, esto es:

$$B^C = A$$

Tener presente entonces que: $B > 0$, $B \neq 1$ y $A > 0$

Logaritmos base diez y base e.

Los logaritmos decimales son los que tienen **base 10**. Se representan por **log x.** El **logaritmo decimal** de **x** **($log\ x$)** es la **potencia** a la que se debe elevar **10** para obtener **x**.

$\log 10 = 1 \quad 10^1 = 10$ $\qquad \log 1000 = 3 \quad 10^3 = 1000$ $\qquad \log (1/10\,000) = -4 \quad 10^{-4} = 1/10\,000$

Propiedades de los logaritmos.

Propiedad	Expresión simbólica
El logaritmo de la base es siempre igual a 1	$\log_a a = 1$
El logaritmo de 1 en cualquier base es 0	$\log_a 1 = 0$
El logaritmo de un producto es igual a la suma de logaritmos	$\log_a (x \times y) = \log_a x + \log_a y$
El logaritmo de un cociente es igual a la resta de logaritmos	$\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$
El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base (este enunciado engloba al logaritmo de una raíz, entendida como una potencia de exponente fraccionario)	$\log_a (x)^p = p \times \log_a x$

Una consecuencia de la definición de logaritmo, son las ***propiedades*** que a continuación se enumeran:

1.- Logaritmo de la multiplicación de dos números.

$$\boldsymbol{Log(a * b) = Log\ a + Log\ b}$$

$$\log_2(4 * 8) = \log_2 4 + \log_2 8 = 2 + 3 = 5$$

2.- Logaritmo de la división entre dos números.

$$\boldsymbol{\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b}$$

$$\log_2\left(\frac{8}{4}\right) = \log_2 8 - \log_2 4 = 3 - 2 = 1$$

3.- Logaritmo de la potencia enésima de un número.

$$\boldsymbol{\log a^b = b * \log a}$$

$$\log_2(8^4) = 4 * \log_2 8 = 4 * 3 = 12$$

4.- Logaritmo de la raíz enésima de un número.

$$\boldsymbol{\log \sqrt[b]{a} = \frac{\log a}{b}}$$

$$\log_2 \sqrt[4]{8} = \frac{1}{4}\log_2 8 = \frac{1}{4} * 3 = \frac{3}{4}$$

Conversión de logaritmos de diferente base.

Hay una relación que permite la conversión de logaritmos a cualquier otra base: $\boldsymbol{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$

Es decir, si se divide el logaritmo de un número por el logaritmo de la base en la que se quiere expresar se obtiene el valor del mismo logaritmo en dicha base.

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ $\qquad$ $\log_2 4 = \frac{\log_4 4}{\log_4 2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

Ejercicios

A. Escribe la forma logarítmica de las expresiones dadas en forma exponencial.
   a. $2^6 = 64$
   b. $(1/5)^3 = 1/125$
   c. $2^{-4} = 1/16$

B. Escribe la forma exponencial de las expresiones dadas en forma logarítmica
   a. $\log_6 36 = 2$
   b. $\log_3 243 = 5$
   c. $\log_{1/3} 1/81 = 4$

C. Hallen el logaritmo de 1 en base a.

D. Hallar el logaritmo de 0 en base a.

E. Hallar el valor de $\log_{10} 5$.

F. Expresar el número 6 como un logaritmo en base 2.

G. Expresar el número 2 como un logaritmo en base 12.

H. Completar la siguiente tabla:

n	1	2	4	1/16	8	1/2		
$\log_2 n$							-2	-3
$\log_{1/2} n$								

I. Resuelvan las siguientes operaciones aplicando las propiedades trabajadas. Utilicen la calculadora científica para realizar los cálculos.

a) $\log_2 \frac{8}{32} =$

b) $\log_3 27\left(\frac{8}{81}\right) =$

c) $\log_4 64^6 =$

d) $\log_3(\sqrt[3]{81})^5 =$

J. Demuestra las siguientes propiedades:

a) $\log_m(a * b) = \log_m a + \log_m b$
b) $\log_m a^b = b * \log_m a$
c) $\log_m\left(\frac{a}{b}\right) = \log_m a - \log_m b$

B Definiciones

Definición de axioma, teorema, postulado y ley.

La **Geometría** es la rama de las matemáticas que estudia las formas o figuras, sus propiedades y las demostraciones de dichas propiedades.

La Geometría se divide en dos ramas: Geometría Plana y Geometría del Espacio.

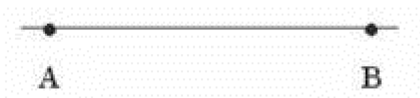
En Geometría se utilizan las proposiciones que son enunciados de hechos como una ley, o un principio, o una cuestión por resolver. También se conocen como un encadenamiento de reglas prácticas que se suponen verdaderas, de tal manera que se obtengan mejores resultados.

Hay ciertas proposiciones que se utilizan en matemáticas, a las que se les ha dado nombres especiales y son: el axioma, el postulado, la ley y el teorema.

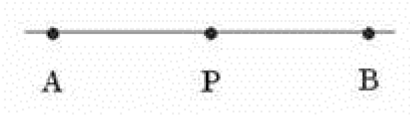
Axioma	Postulado	Ley	Teorema
Es una proposición que siendo tan evidente se admite sin demostración.	Es una proposición cuya verdad no es tan evidente como un axioma, pero se admite sin demostración.	Es una regla o norma. Se trata de un factor constante e invariable de las cosas, que nace de una causa primera. Las leyes son, por otra parte, las relaciones existentes entre los elementos que intervienen en un fenómeno.	Es una proposición cuya verdad no es evidente y necesita ser demostrada. El teorema consta de dos partes: la hipótesis, que enuncia lo que se supone y la conclusión o tesis que enuncia lo que hay que demostrar.

Postulados de la recta.

- El Punto- Es el punto límite de una línea y carece de longitud, anchura y espesor, sólo tiene posición.
- La Línea- Es el límite de una superficie, consta de una dimensión que es la longitud. Estas pueden ser: rectas, curvas y combinadas.
- La línea recta.- Es una sucesión de puntos que se prolonga infinitamente por ambos lados.
- Semirrecta- Es el conjunto de puntos formados por un punto cualquiera A de una recta y todos los que le siguen. Así la semirrecta consta de un extremo.
- Segmento de recta- Es la porción de recta comprendida entre dos puntos. En la figura 1, AB es un segmento de recta.



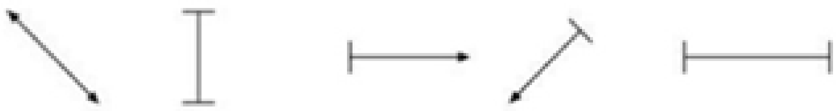
- Punto medio- El punto medio de un segmento de recta, es el punto que divide al segmento en dos partes iguales. En la figura 2, si P es punto medio del segmento $AP = PB$.



Ejercicios

CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA				
Dibuja las figuras geométricas, escribe como se lee y como se escriben las mismas				
Figuras	**Descripción**	**Dibujo**	**Se lee**	**Se escribe**
El punto	Posición en el espacio.			
La recta	Conjunto infinito de puntos que se extienden en ambas direcciones.			
El segmento	Parte de una recta que tiene dos extremos.			
El rayo	Parte de una recta que tiene extremo y se extiende hacia el infinito en una dirección.			
El plano	Superficie lisa que se extiende indefinidamente.			

1. Escribe si se trata de una recta, semirrecta o segmento.



2. Relaciona estas columnas:

Semirrecta	Sin extremos
Segmento	Con un extremo
Recta	Con dos extremos

3. ¿Cómo se llaman los puntos que limitan un segmento? ¿Cuántos tiene un segmento?

4. Completa lo siguiente:
   "… es la parte de una recta limitada por dos puntos."
   "Un punto divide a una recta en do…""

5. Con ayuda de una regla, dibuja una recta y una semirrecta.

6. Dibuja lo siguiente:
   a) Un segmento que mida 3 cm
   b) Un segmento que mida 1.5 cm
   c) Un segmento que mida 2 cm 5 mm.

7. Relaciona lo siguiente:

Semirrecta Recta Segmento

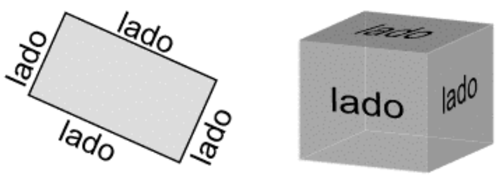
8. Dibuja un pentágono. ¿Qué clase de líneas son las que has usado?

9. Haz un punto, y a partir de él, dibuja 3 semirrectas.

Simbología para representar, lados, ángulos, perímetros y áreas.

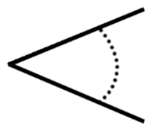
Lado

Una de las líneas que forman una figura plana (bidimensional). O una de las superficies que forman un objeto sólido (tridimensional). También se los llama Caras



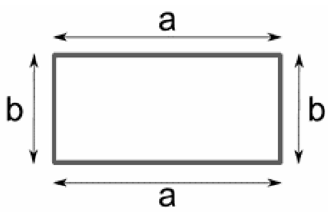
Ángulos

Porción indefinida de plano limitada por dos líneas que parten de un mismo punto o por dos planos que parten de una misma línea y cuya abertura puede medirse en grados.



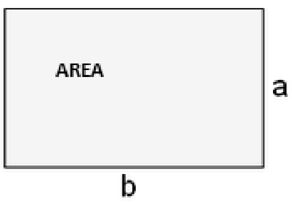
Perímetro

Se refiere al contorno de una superficie o de una figura y a la medida de ese contorno**.**



Área

El tamaño de una superficie. La cantidad de espacio dentro de los límites de un objeto plano (bi-dimensional) como un triángulo o un círculo.



C	Conceptos básicos de geometría euclidiana

Conceptos básicos de geometría euclidiana.

Rama de la geometría basada en los postulados de Euclides, la cual, en el espacio tridimensional, corresponde a nuestras ideas intuitivas sobre cómo es el espacio. Esta materia se basa en varias definiciones, como las de punto y de línea, junto con varios postulados acerca de las propiedades geométricas. Por ejemplo, uno de los postulados es que dos puntos determinan una línea recta. Con el auxilio de estos postulados y una lógica rigurosa, se demostraron un gran número de teoremas, que desarrollaron los cimientos de la geometría Euclidiana.

Cuerpos geométricos

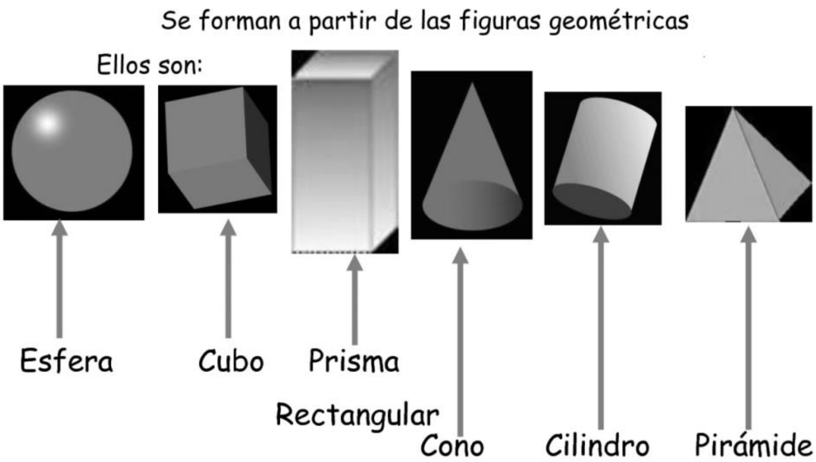
Un Sólido o Cuerpo Geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones (largo, ancho y alto), que ocupa un lugar en el espacio y en consecuencia tiene un volumen.

Consideramos dos tipos de cuerpos: los cuerpos físicos y los cuerpos geométricos. Son cuerpos físicos todas las cosas que nos rodean como, por ejemplo:

- los libros
- los asientos
- el tablero
- el aula de clase
- el edificio del colegio

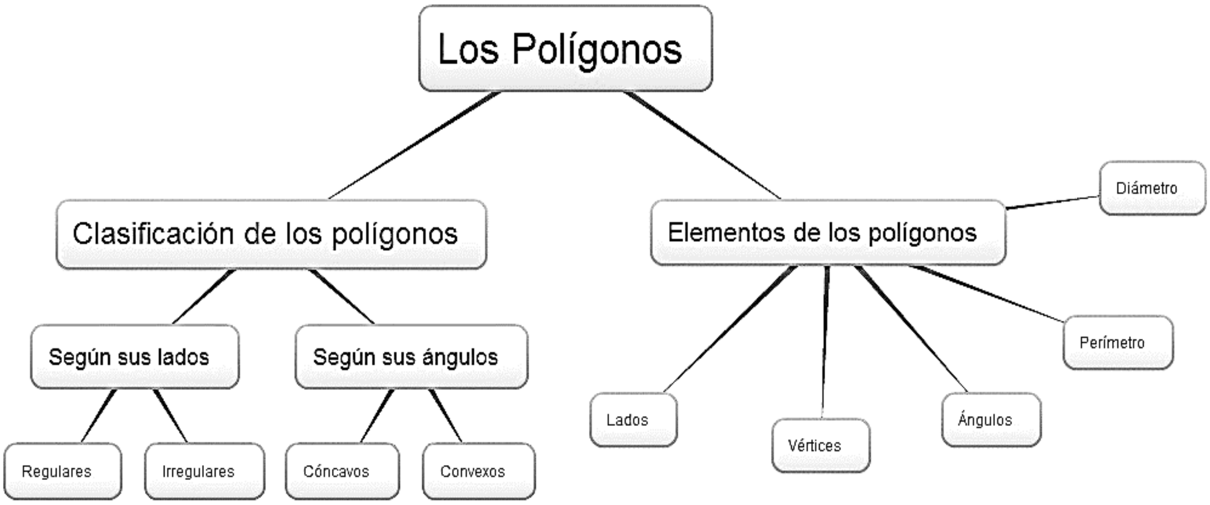
tienen forma, tamaño, color; están hechos de una substancia determinada y ocupan un lugar en el espacio.

La geometría toma esquemas abstractos de los cuerpos físicos y considera solamente su forma y su tamaño. Tales esquemas ideales se llaman cuerpos geométricos o sólidos. Los cuerpos geométricos tienen tres dimensiones: longitud, anchura y altura.



Polígono

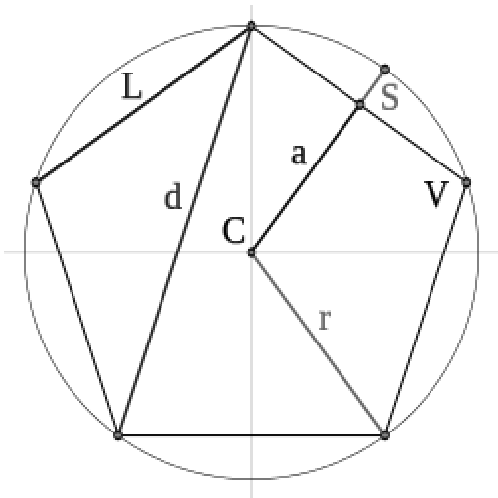
Un polígono es la figura geométrica de un plano que está establecida por líneas rectas**.** Se trata de un fragmento plano que está formado por segmentos consecutivos sin alineación, que reciben el nombre de lados**.**



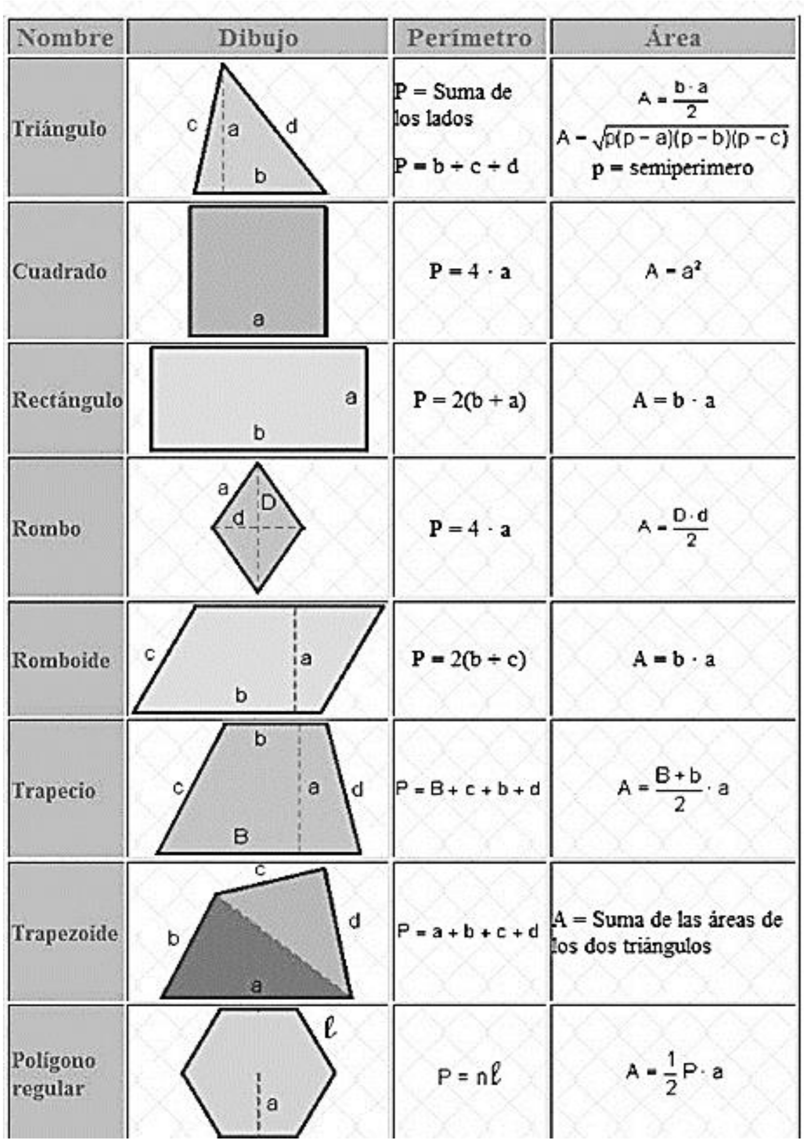
Polígono regular es un polígono cuyos lados y ángulos interiores son congruentes entre sí. Pueden ser construidos con regla y compás.

Elementos

- **Lado**, **L**: es cada uno de los segmentos que forman el polígono.
- **Vértice**, **V**: el punto de unión de dos lados consecutivos.
- **Centro**, **C**: el punto central equidistante de todos los vértices.
- **Radio**, **r**: el segmento que une el centro del polígono con uno de sus vértices.
- **Apotema**, **a**: segmento perpendicular a un lado, hasta el centro del polígono.
- **Diagonal**, **d**: segmento que une dos vértices no contiguos.
- **Perímetro**, **P**: es la suma de la medida de su contorno.
- **Semi perímetro**, **SP**: es la semisuma del perímetro.
- **Sagita**, **S**: parte del radio comprendido entre el punto medio del lado y el arco de circunferencia. La suma de la apotema: **a** más la sagita: **S**, es igual al radio: **r**.



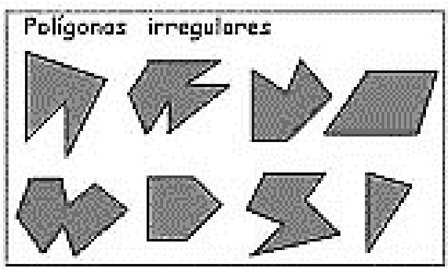
Perímetros y áreas de los polígonos



Nombre	Dibujo	Perímetro	Área
Triángulo		P = Suma de los lados $P = b + c + d$	$A = \frac{b \cdot a}{2}$ $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ p = semiperimetro
Cuadrado		$P = 4 \cdot a$	$A = a^2$
Rectángulo		$P = 2(b + a)$	$A = b \cdot a$
Rombo		$P = 4 \cdot a$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Romboide		$P = 2(b + c)$	$A = b \cdot a$
Trapecio		$P = B + c + b + d$	$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$
Trapezoide		$P = a + b + c + d$	A = Suma de las áreas de los dos triángulos
Polígono regular		$P = n\ell$	$A = \frac{1}{2} P \cdot a$

Polígono Irregular

Es un polígono cuyos lados y ángulos interiores no son iguales entre sí. Los polígonos irregulares no tienen todos sus lados iguales. Sus vértices no están inscritos en una circunferencia. Estos polígonos irregulares tienen la ventaja de que no se necesita un compás para construirlos como es el caso de los polígonos regulares, sólo se necesita una regla para conectar los puntos para formar el polígono irregular con lados diferentes pero un punto no puede conectarse más de dos puntos porque si no se estaría formando dos polígonos juntos o continuos.



Ejercicios

1. Completa el siguiente cuadro:

Número de lados	Nombre del polígono
	Triángulo
4	
	Pentágono
	Octágono
9	
	Decágono
12	

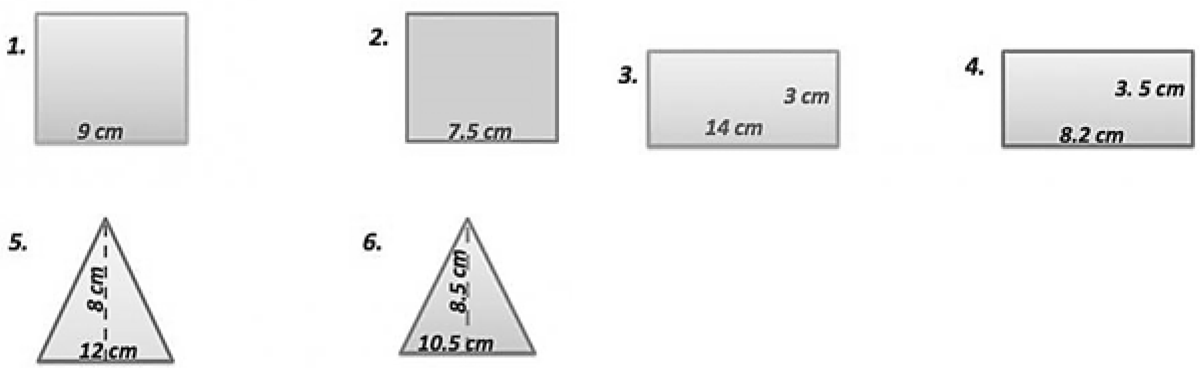
2. Dibuja los siguientes polígonos

Triángulo Cuadrilátero Pentágono

Hexágono Heptágono Eneágono

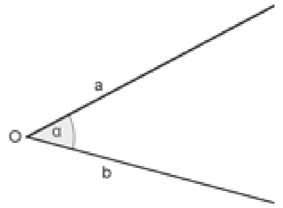
3. Dibuja polígonos regulares o irregulares e indica con color verde los ángulos convexos y con rojo los ángulos cóncavos.

4. Encontrar el perímetro y área de las siguientes figuras:



Concepto de ángulo y su clasificación.

Un ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con origen común.



Existen básicamente dos formas de definir un ángulo en el **plano**:

1. **Forma geométrica:** Se le llama "ángulo" a la amplitud entre dos líneas de cualquier tipo que concurren en un punto común llamado vértice. Coloquialmente, ángulo es la figura formada por dos líneas con origen común. El ángulo entre dos curvas es el ángulo que forman sus rectas tangentes en el punto de intersección.
2. **Forma trigonométrica:** Es la amplitud de rotación o giro que describe un segmento rectilíneo en torno de uno de sus extremos tomado como vértice desde una posición inicial hasta una posición final. Si la rotación es en sentido levógiro (contrario a las manecillas del reloj), el ángulo se considera positivo. Si la rotación es en sentido dextrógiro (conforme a las manecillas del reloj), el ángulo se considera negativo.

Las unidades utilizadas para la medida de los ángulos del plano son:

- Radián (usado oficialmente en el Sistema Internacional de Unidades)

$$1\ vuelta = 2\ \pi\ \ rad$$

- Grado sexagesimal

$$1\ vuelta = 360^0$$

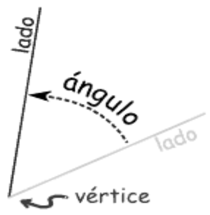
Los ángulos se pueden medir mediante utensilios tales como el goniómetro, el cuadrante, el sextante, la ballestina, el transportador de ángulos o semicírculo graduado, etc.

Partes de un ángulo

La unión de un ángulo se llama **vértice**

Y las líneas rectas son **lados**

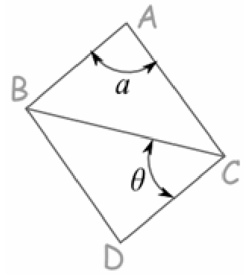
El **ángulo** es *el espacio* entre los dos lados.



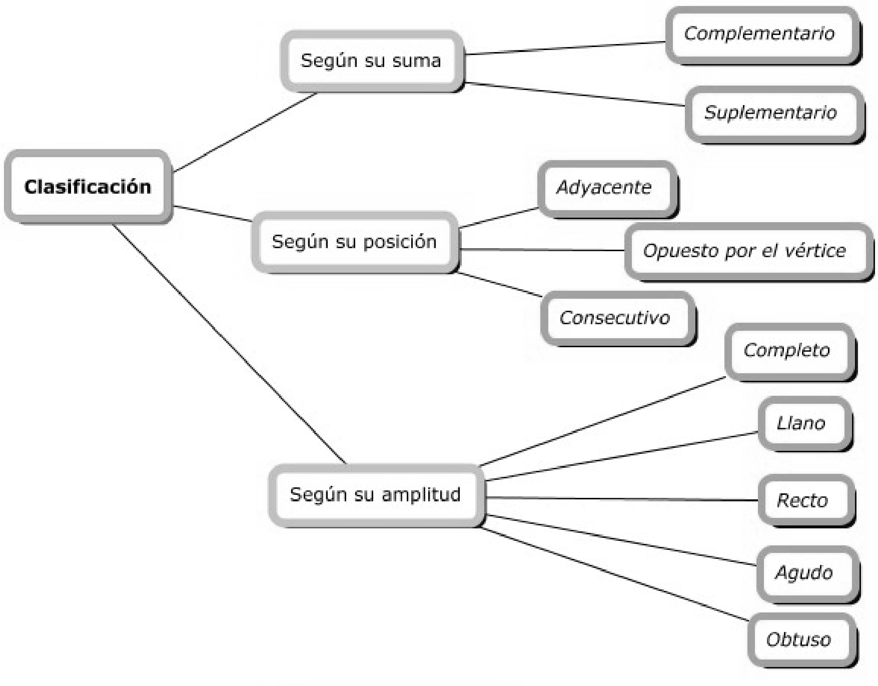
Simbología del ángulo

Hay dos maneras comunes de marcar un ángulo:

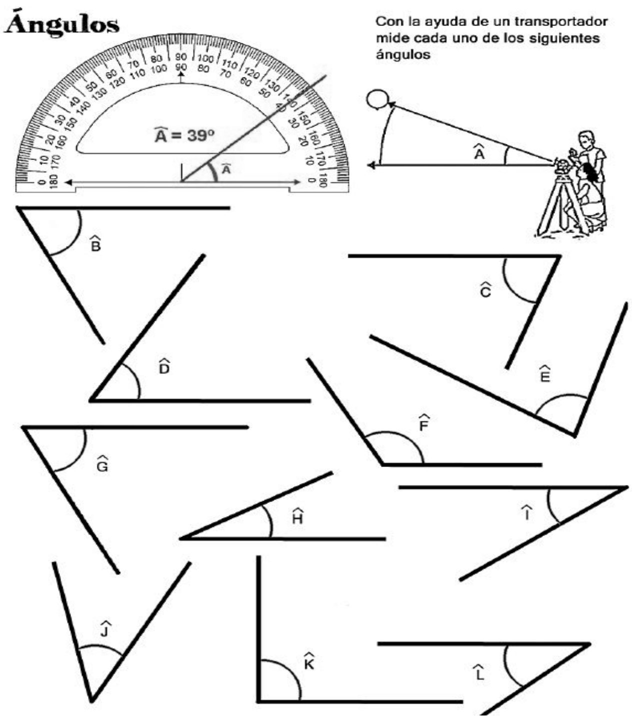
1. Dándole nombre, normalmente una letra minúscula como **a** o **b**, o a veces una letra griega como **α** (alfa) o **θ** (theta)
2. Con las tres letras que definen el ángulo, poniendo en medio la letra donde se encuentra (su vértice).



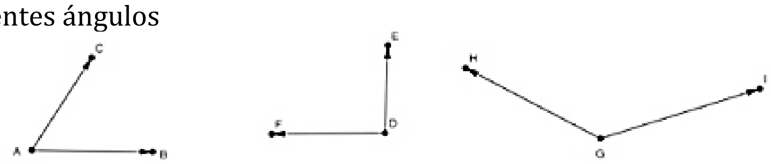
Ejemplo: el ángulo "**a**" es "**BAC**", y el ángulo "**θ**" es "**BCD**"



Ejercicios

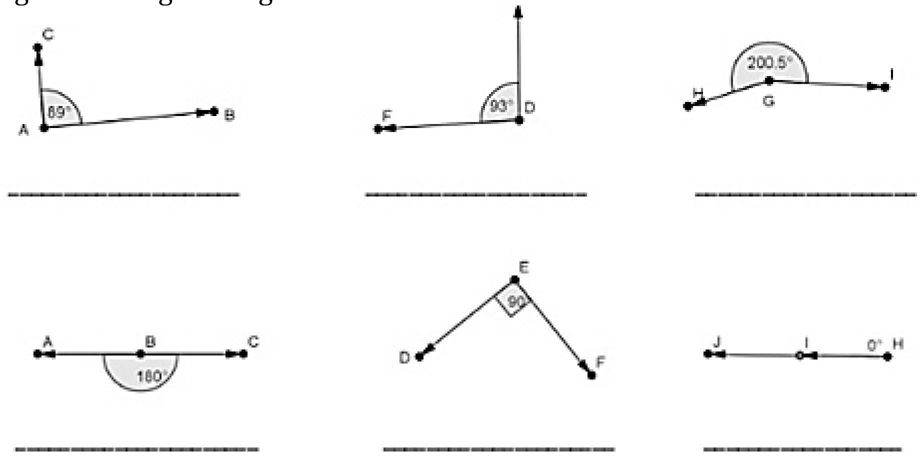


I. Nombra los siguientes ángulos

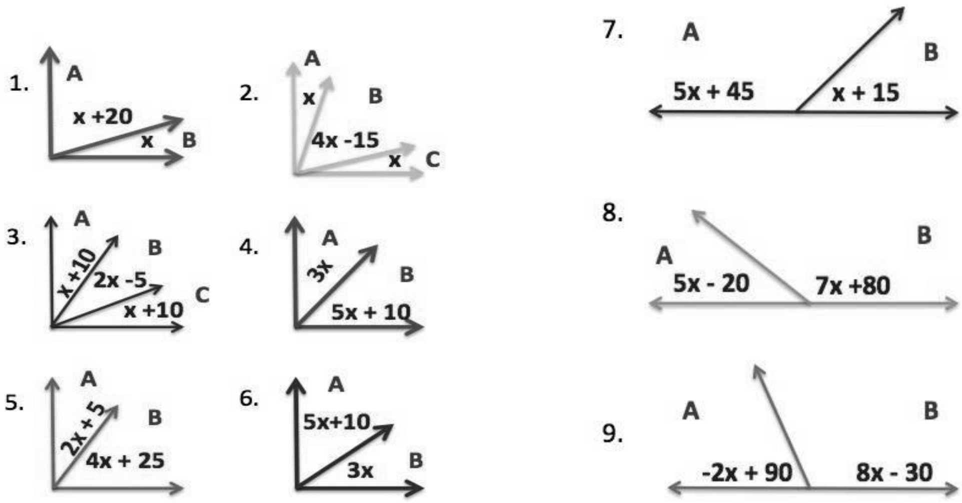


_______________ _______________ _______________

II. Clasifica los siguientes ángulos según su medida.

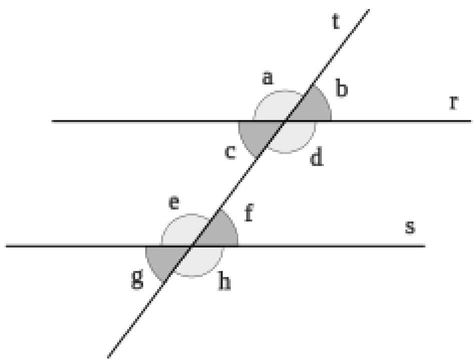


III. Resuelve los siguientes ángulos



Ángulos entre dos rectas paralelas y una secante

La relación entre dos rectas paralelas cortadas por una secante es un análisis clásico de la geometría euclidiana, que permite analizar una infinidad de problemas prácticos, así como definir algunos conceptos de interés en cuanto a congruencia y suplementarias de ángulos.



Denominación de los ángulos

<u>Ángulos adyacentes:</u> Si un lado es común y sus otros dos lados son semirrectas opuestas. Son ángulos adyacentes los siguientes pares de ángulos: a,b; c,d; a,c; b,d; e,f; g,h; e,g; f,h. Los ángulos adyacentes son suplementarios.

*<u>Ángulos opuestos por el vértice</u>***:** Si los lados de uno son semirrectas opuestas a los lados del otro. Son ángulos opuestos por el vértice los siguientes pares de ángulos: a,d; b,c; e,h; f,g. Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

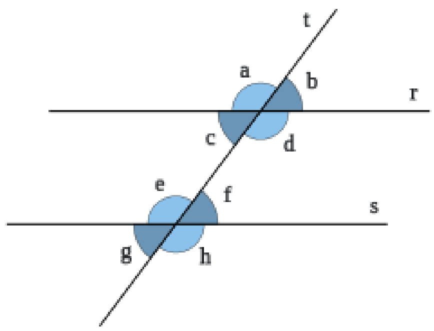
*<u>Ángulos alternos internos</u>***:** Son los que se encuentran a distinto lado de la secante y en la zona interior de las rectas paralelas. Son ángulos alternos internos los siguientes pares de ángulos: c,f; d,e. Los ángulos alternos internos son congruentes.

<u>Ángulos alternos externos:</u> Son los que se encuentran a distinto lado de la secante y en la zona externa de las rectas paralelas. Son ángulos alternos externos los siguientes pares de ángulos: a,h; b,g. Los ángulos alternos externos son congruentes.

<u>Ángulos colaterales internos:</u> Son los que se encuentran del mismo lado de la secante y entre de las rectas. Son ángulos colaterales internos los siguientes pares de ángulos: c,e; d,f. Los ángulos colaterales internos son suplementarios.

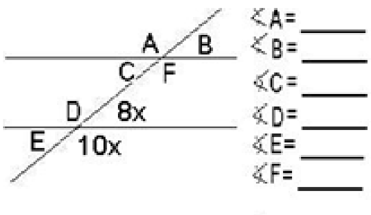
<u>Ángulos colaterales externos:</u> Son los que se encuentran en uno y otro lado de la secante. Son ángulos colaterales externos los siguientes pares de ángulos: a,g; b,h. Los ángulos colaterales externos son suplementarios.

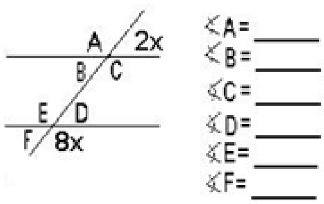
<u>Ángulos correspondientes u homólogos:</u> Son los que se encuentran en el mismo lado de la secante, un ángulo en la parte interior y otro en el exterior de las paralelas. Son ángulos correspondientes los siguientes pares de ángulos: a,e; b,f; c,g; d,h. Los ángulos correspondientes son congruentes.

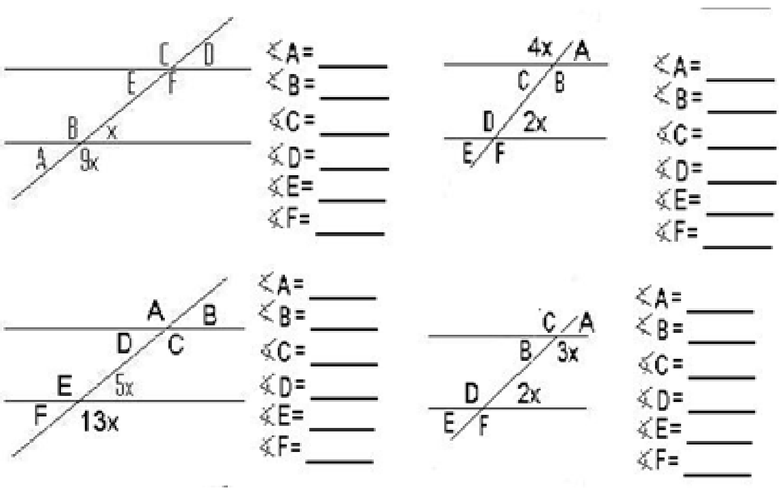


Ejercicios

Calcula los siguientes ángulos.







Sistemas de medición angular y sus interrelaciones.

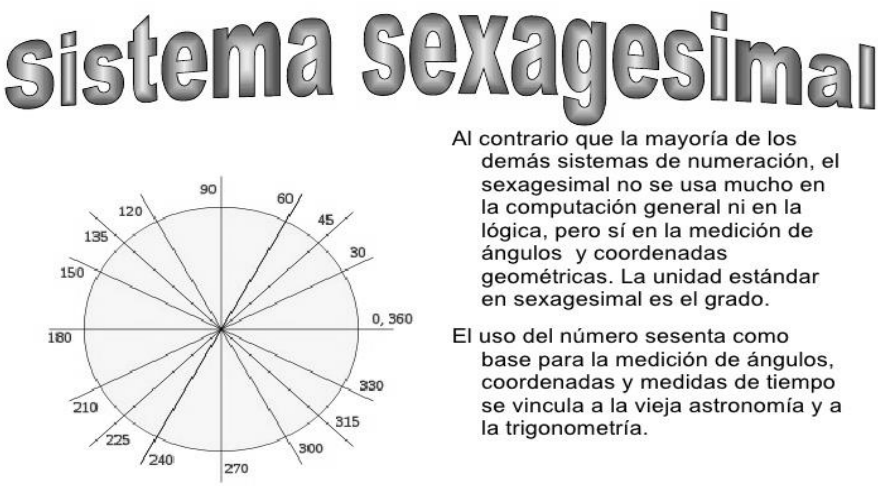
Un sistema de medición angular es un sistema de medición angular que utiliza el ángulo como posición de vértice en ángulo C. Por ejemplo: el ángulo C es un vértice 0 que se suma a la circunferencia de $C + A$ que llega a un total de $C + A = 360º$

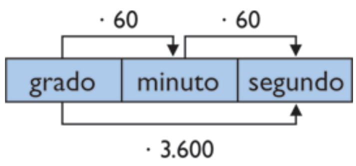
Sistema Internacional o circular: Es un ángulo con vértice en el centro de una circunferencia y cuyos lados abarcan un arco de longitud igual al radio de la circunferencia; en este sistema se le conoce como medida angular unidad el radián, con abreviatura *rad*. Se utiliza en geometría, cálculos y análisis matemático, por ejemplo en sistema de coordenadas polar, etc.

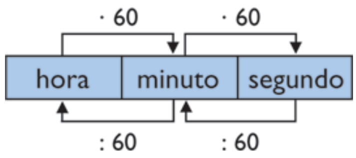
Sistema sexagesimal: Sistema de 360º, su unidad es el grado sexagesimal (º), cada grado a su vez se divide en 60 partes iguales llamados minutos (´), y estos a su vez se dividen en 60 partes iguales llamados segundos (")

Sistema centesimal: Sistema de 400 grados, su unidad es el grado centesimal (^{g}).

Sistema Centesimal: Para este sistema, se considera a la circunferencia dividida en 400 partes iguales, denominadas Grado Centesimal; en donde cada grado centesimal tiene 100 minutos centesimales, y 1 minuto centesimal tiene 100 segundos centesimales

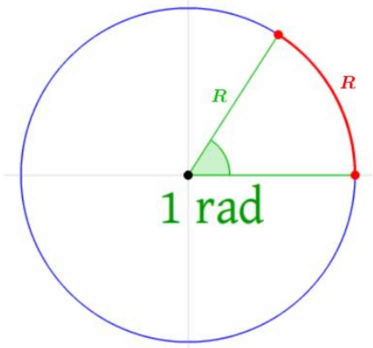






Sistema Circular

El radián es la unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades. Representa el ángulo central en una circunferencia y abarca un arco cuya longitud es igual a la del radio. Su símbolo es rad.



Ejercicios

Realiza las siguientes conversiones

1) Transforma estas medidas a segundos:

21º 10′ 32″=

15º 40″=

12º 50′ 40″=

33º 33′ 33″=

2) Transforma estas medidas a forma compleja:

450″=

58′ 140″=

4500″=

1º 2000″=

3) Realiza las siguientes operaciones:

30º 10′ 50″ + 12º 50′ 40″=

45º 60″ + 3º 20′ 32″=

8º 12′ 30″ – 4º 20′ 12″=

10º 20′ 30″ – 8º 40′ 40″=

4) En una carrera de atletismo, el ganador ha tardado 6' 12'' en llegar a la meta, y el segundo 7' 9''. ¿Cuánto tiempo más ha tardado el segundo respecto al primero?

5) Un grupo de tres niños está haciendo un trabajo en grupo. El primero dedica 2 horas y 40 minutos; el segundo, 140 minutos, y el tercero 3 horas y 5 minutos. ¿Cuánto tiempo le han dedicado al trabajo entre los tres? ¿Cuánto tiempo es en segundos?

Símbolos y términos específicos

Entre los símbolos algebraicos se encuentran números, letras y signos que representan las diversas operaciones aritméticas. Los números son, por supuesto, constantes, pero las letras pueden representar tanto constantes como variables. Las primeras letras del alfabeto se usan para representar constantes y las últimas para variables.

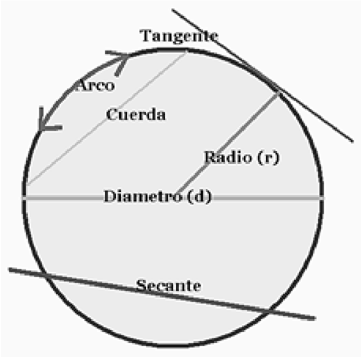
D Elementos de la circunferencia

La circunferencia	La circunferencia es una línea curva cerrada cuyos puntos están todos a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.

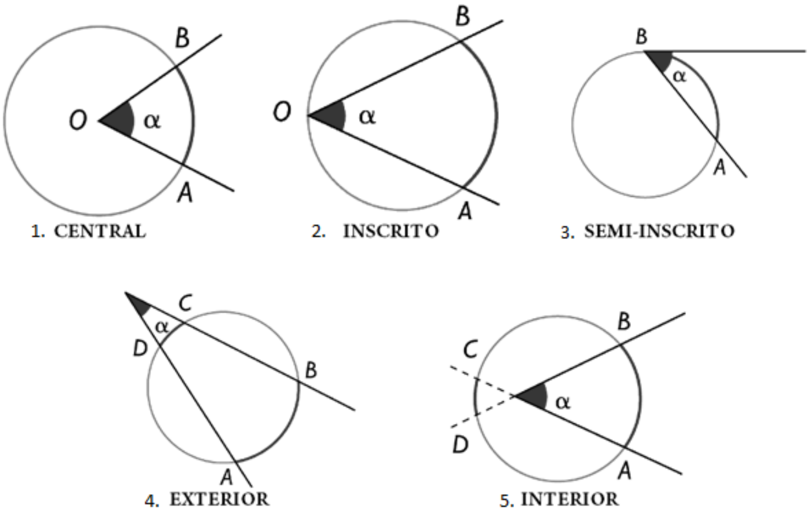
Elementos de la circunferencia

Existen varios puntos, rectas y segmentos, singulares en la circunferencia:

- **Centro**, es el punto interior equidistante de todos los puntos de la circunferencia;
- **Radio**. Es el segmento que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera de la misma. El radio mide la mitad del diámetro. El radio es igual a la longitud de la circunferencia dividida entre 2π.
- **Diámetro**. El diámetro de una circunferencia es el segmento que une dos puntos de la circunferencia y pasa por el centro. El diámetro mide el doble del radio. El diámetro es igual a la longitud de la circunferencia dividida entre π;
- **Cuerda**. La cuerda es un segmento que une dos puntos de la circunferencia. El diámetro es la cuerda de longitud máxima.
- **Recta secante**. Es la línea que corta a la circunferencia en dos puntos.
- **Recta tangente**. Es la línea que toca a la circunferencia en un sólo punto.
- **Punto de Tangencia** es el punto de contacto de la recta tangente con la circunferencia.
- **Arco**. El arco de la circunferencia es cada una de las partes en que una cuerda divide a la circunferencia. Un arco de circunferencia se denota con el símbolo sobre las letras de los puntos extremos del arco.
- **Semicircunferencia**, cada uno de los dos arcos delimitados por los extremos de un diámetro



Ángulos de la Circunferencia



1) _Ángulo central:_ nos hemos referido a él en más de una ocasión; se trata del ángulo formado por dos radios que son sus lados y su vértice se encuentra en el centro ***O*** de la circunferencia.

2) _Ángulo inscrito_***:*** es el ángulo que tiene su vértice en un punto de la misma línea de la circunferencia y sus lados la cortan.

3) _Ángulo semi-inscrito:_ El ángulo semi-inscrito es el que su vértice se encuentra en un punto de la circunferencia, y sus lados, uno es tangente y el otro secante con relación a la circunferencia

4) _Ángulo exterior:_ *Un ángulo exterior* es el que tiene su vértice en un punto exterior a la circunferencia y sus lados respecto a ésta pueden ser secantes, tangentes, o un lado secante y el otro tangente.

5) _Ángulo interior:_ Un *ángulo interior* es el que tiene su vértice en un punto interior cualquiera de la circunferencia y sus lados son secantes a ella

Área y perímetro de una circunferencia

La curva denominada circunferencia encierra en su interior una superficie. Esta superficie se llama **área** de la circunferencia. Existe una fórmula muy sencilla que nos permite calcular cuál es el área encerrada dentro de la circunferencia sólo sabiendo cuando mide el radio de la circunferencia.

Dada una circunferencia, el **perímetro** de una circunferencia es la longitud de la curva, es decir, la distancia que caminaría una persona que empezara a caminar en un punto de la circunferencia y diera una vuelta alrededor de la circunferencia hasta llegar al punto de partida.

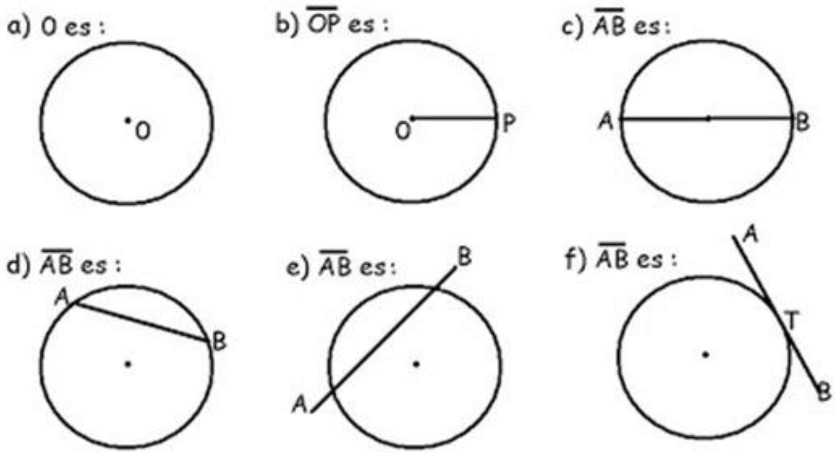
De igual manera que para el área, existe una expresión que nos permite saber la longitud (o perímetro) de la circunferencia sólo conociendo su radio r.

Perímetro: $P = 2\pi r$ **Elementos:** r : radio

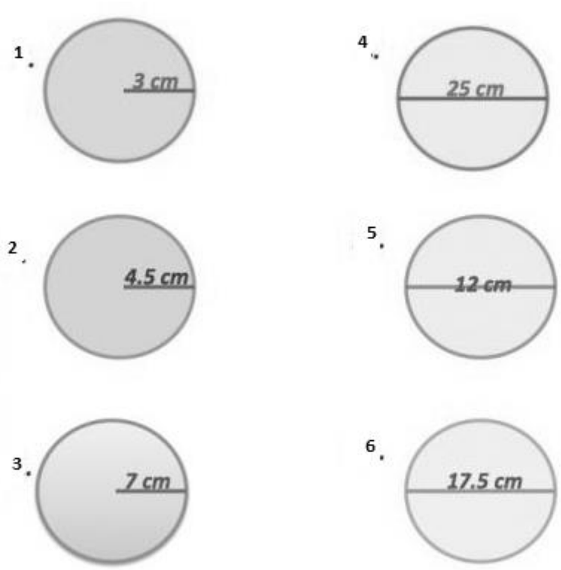
Área: $A = \pi r^2$ **Nota:** π : $número\ Pi = 3.14159 \ldots$

Ejercicios

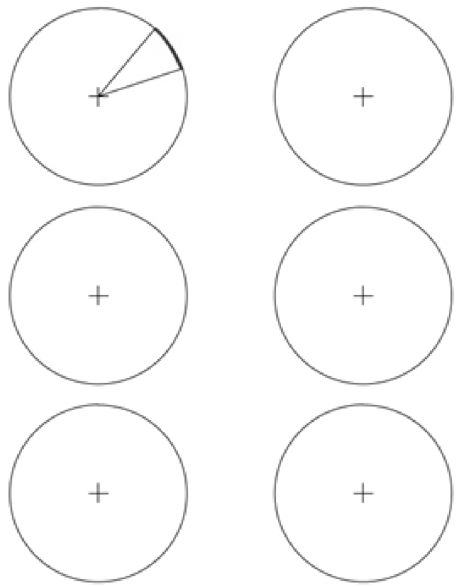
1. Identifica cada elemento de la circunferencia



2. Encontrar el perímetro y área de los siguientes círculos:



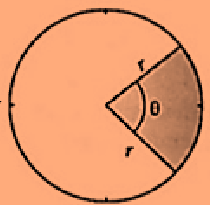
3. En las siguientes circunferencias, traza distintos ángulo a partir del centro. Marca con un color el arco que se toma. Guíate con el ejemplo:



Longitud de arco

La longitud de arco, también llamada rectificación de una curva, es la medida de la distancia o *camino recorrido* a lo largo de una curva o dimensión lineal. Históricamente, ha sido difícil determinar esta longitud en segmentos irregulares; aunque fueron usados varios métodos para curvas específicas, la llegada del cálculo trajo consigo la fórmula general para obtener soluciones cerradas para algunos casos.

Sector circula. Se denomina sector circular a la porción de círculo comprendido entre un arco de circunferencia y sus respectivos radios delimitadores.



El área de un sector circular depende de dos parámetros, el radio y el ángulo central, y está dada por la siguiente fórmula:

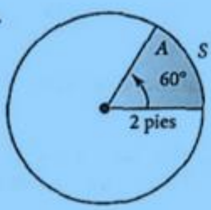
$$A = \frac{1}{2}r^2 \cdot \theta$$

El ángulo central de esta ecuación debe estar expresado en radián y el radio en cualquier unidad de longitud

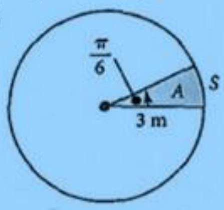
Ejemplos

Calcula la longitud s y el área $\left(A=\frac{1}{2}r^2\theta\right)$.

a.



b.



$s = r\,\theta$ El ángulo debe estar expresado en radián

$$\theta = 60° = \frac{60° \times \pi}{180°}rad = \frac{\pi}{3}rad$$

$$s = 2\,pies \times \frac{\pi}{3}rad = \frac{2\pi}{3}pies$$

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}(2\,pies)^2\,\frac{\pi}{3}rad$$

$$= \frac{1}{2}4\,(pies)^2\,\frac{\pi}{3}rad$$

$$= \frac{2\pi}{3}\,(pies)^2$$

El ejercicio b) es para que ustedes se prueben

- Hallar el sector circular Sabiendo que su radio mide 3 cm y que su ángulo central 60°

Resolucion:

El ángulo 60° en radianes es π/3.

Luego:

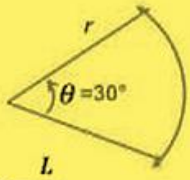
$$S = \frac{\pi . 3^2}{2}$$

luego

$$S = 4,5\pi\ cm^2$$

Caso Practico

Calcular: "r" en el siguiente grafico.
Donde θ=30°, L= 2π



Convertir 20° a Radianes

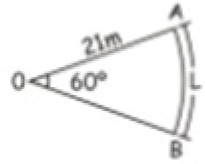
$$\frac{\cancel{30°}^{\,1}\cdot\pi}{\cancel{180°}_{\,6}} = \frac{\pi}{6}$$

$$r = \frac{L}{\theta}$$

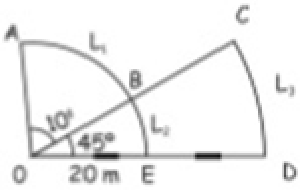
$$r = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = \frac{2\pi/1}{\frac{\pi}{6}} = \frac{12\pi}{\pi} = 12$$

Ejercicios

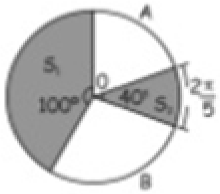
1. De la figura mostrada, calcular L del Sector Circular AOB.



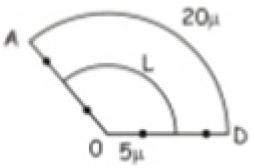
2. Hallar L, sabiendo que AOD es un Sector Circular.



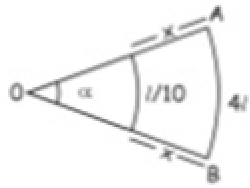
3. Siendo O el centro de la circunferencia, hallar $S_1 + S_2$.



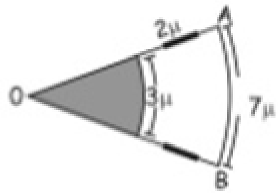
4. Hallar L, sabiendo que AOD es un sector circular



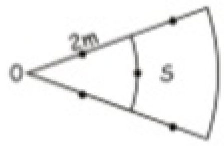
5. En el sector circular AOB. Hallar $2x$ si $\alpha = \frac{1}{5}rad.$



6. Determine el área de la región sombreada, siendo AOB sector circular.



7. Siendo AOB un sector circular, determine el valor de S.



8. Halla el dato que falta

- $r = 10m,\ \theta = \frac{1}{2}\ rad,\ A = ?$
- $r = 8\ pies,\ \theta = 2\ rad,\ A = ?$
- $\theta = \frac{1}{4}\ rad,\ A = 2\ cm^2,\ r = ?$
- $r = 5\ m,\ A = 3\ m^2,\ \theta = ?$